

mathématiques, géométrie, lumière

Photo © François Schaefer

DES COURBES CONIQUES



DES COURBES CONIQUES

Cercle, ellipse, parabole, hyperbole...
Comment tracer des courbes sans outils
géométriques ? Lumière !

1

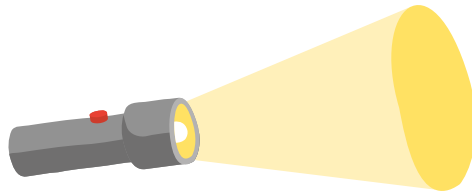
Pour faire cette expérience,
tu auras besoin de très peu de
matériel... Une lampe de poche,
et c'est tout ! Et surtout, d'une
pièce sombre pour pouvoir bien
observer les formes de lumière.



2



**Pour commencer, tiens ta lampe
bien droite** et perpendiculaire au
mur. Qu'obtiens-tu comme forme
sur le mur ? Un beau cercle, bravo !
Mais attention, un seul
mouvement de travers et...



Matériel : 1 lampe de poche

3



Le cercle se transforme en une ellipse. En bougeant un peu la lampe, on peut d'ailleurs passer d'une ellipse très proche du cercle à une ellipse très allongée. Mais, de nouveau, n'incline pas trop la lampe sinon...

4



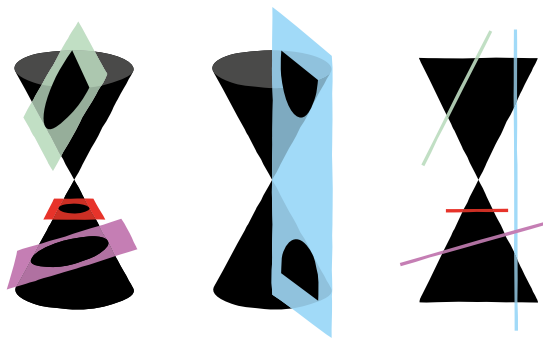
L'ellipse s'ouvre et devient une hyperbole, une courbe dont les extrémités partent à l'infini en ressemblant de plus en plus à des droites. Tu peux bouger un peu la lampe pour obtenir une moitié d'hyperbole plus ou moins fermée.

Que se passe-t-il ?

Le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole sont des courbes appelées coniques. Pourquoi ? Parce qu'elles sont obtenues en coupant un cône (dans notre expérience, le faisceau de lumière) par un plan (ici, le mur). En effet, suivant l'inclinaison de la lampe de poche, le mur coupe différemment le cône de lumière et produit ainsi ces différentes courbes. C'est le mathématicien grec Apollonius de Perge qui a décrit le premier cette famille de courbes comme l'intersection d'un cône et d'un plan.

Pour aller un peu plus loin...

Quel est le point commun entre ces quatre courbes à l'apparence très différentes entre elles : le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole ? Si on peut admettre facilement que le cercle et l'ellipse sont reliés, faire un lien entre le cercle et l'hyperbole n'est pas évident au premier abord. Pourtant, on a vu qu'elles résultent toutes de l'intersection entre un plan et un cône droit.



Considérons un cône droit dont les directrices sont des droites formant ainsi deux cônes mis « pointe contre pointe » et étudions l'angle d'inclinaison du plan de coupe avec l'axe du cône :

- le cercle est obtenu lorsque le plan coupe le cône perpendiculairement à l'axe du cône (plan rouge).

- L'ellipse est obtenue lorsque l'angle d'inclinaison du plan est supérieur à l'angle d'ouverture du cône (plan violet).
- La parabole est obtenue lorsque l'angle d'inclinaison est égal à l'angle d'ouverture du cône ; autrement dit, lorsque le plan est parallèle à l'une des directrices du cône (plan vert).
- L'hyperbole est obtenue lorsque l'angle d'inclinaison est inférieur à l'angle d'ouverture du cône ; dans ce cas, le plan coupera les deux cônes (plan bleu).

Il est intéressant d'étudier plusieurs constructions de l'ellipse, notamment celle dite du jardinier : on plante deux piquets (les foyers) sur lesquels on fixe une corde non élastique de longueur donnée ; on fait coulisser un stylo dans la corde en la maintenant tendue. Le trajet que parcourt le stylo est une ellipse puisque que cette dernière est définie par la ligne reliant les points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers) est constante.

Superposer une ellipse obtenue à la lampe de poche au dessin d'une ellipse permet de se convaincre qu'il s'agit du même objet.